17 動点の問題

学習日　6月 1日　　　　名　前

1

実戦例題　動点の問題　　**どのくらいできるか，挑戦してみよう。**

右の図１のように、長方形ABCDと長方形DEFGを組み合わせたＬ字型の図形ABCEFGがあり，AB＝１cm，AD＝４cm，DE＝３cm，DG＝４cmである。また，PQ＝10cm，QR＝６cmの長方形PQRSがある。これら２つの図形の辺AG，PQは直線ℓ上にあり点Ａと点Ｐは重なっている。この状態から，長方形PQRSを固定し，Ｌ字型の図形を直線ℓに沿って矢印の方向に秒速１cmで移動させ，点Ａが点Ｑと重なったときに停止させる。

図１

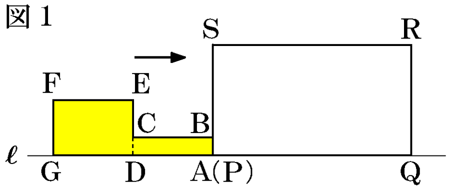
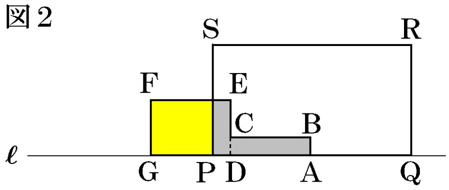


図２はＬ字型の図形が，途中まで移動したようすを表したものである。移動を始めてから x 秒後に２つの図形が重なる部分の面積を $y$cm^{2}とする。

図２

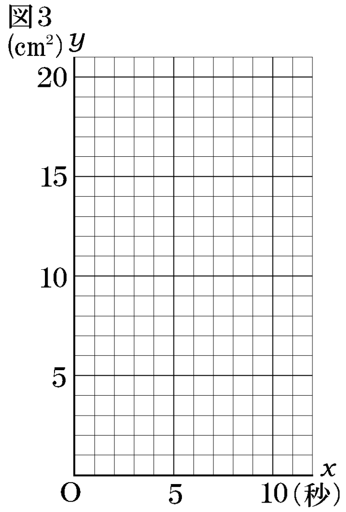


このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。(茨城)

(1)　２つの図形が重なる部分の面積がＬ字型の図形ABCEFGの面積の$\frac{1}{2}$となるのは，移動を始めてから何秒後か求めなさい。

(2)　移動を始めてから停止するまでの x と y の関係を表すグラフを，図３にかきなさい。ただし，図３のＯは原点とする。

図３



解き方　**⇒重なる部分がＬ字型の図形の面積の半分になるのは，点ＰがDG上にあるとき。**

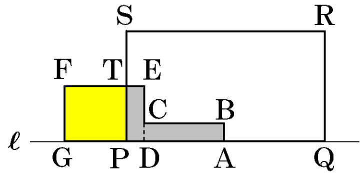
(1)　Ｌ字型の図形＝長方形ABCD＋長方形DEFG

$= \mathrm{AB} \times \mathrm{AD} + \mathrm{DE} \times \mathrm{DG} = 1 \times 4 + 3 \times 4 = \boxed{}$ (cm²)

したがって，２つの図形が重なる部分の面積がＬ字型の図形の面積の $\frac{1}{2}$ のとき，

重なる部分の面積は，Ｌ字型の図形の面積の半分の $\boxed{}$ cm²。

このとき，長方形ABCD＝４cm²より，点ＰはDG上にあり，PSとEFとの交点をＴとすると，　四角形DETP＝８－４＝$\boxed{}$ (cm²)



DP＝$t$cmとすると，　DE×t＝４

$3t = 4$　　$t = \boxed{}$

したがって，移動を始めてから

$4 + \frac{4}{3} = \boxed{}$ (秒後)

(2)　AP＝$x$cm，PQ＝10cmであるから，$0 \leqq x \leqq 10$。

$0 \leqq x \leqq \boxed{}$ のとき，点ＰはAD上にあり，

$y = \mathrm{AB} \times \mathrm{AP} = \boxed{}$　　……①

$4 \leqq x \leqq \boxed{}$ のとき，点ＰはDG上にあり，

y＝四角形ABCD＋DE×DP

$= 4 + 3(\boxed{})$　　⇒DP＝AP－AD

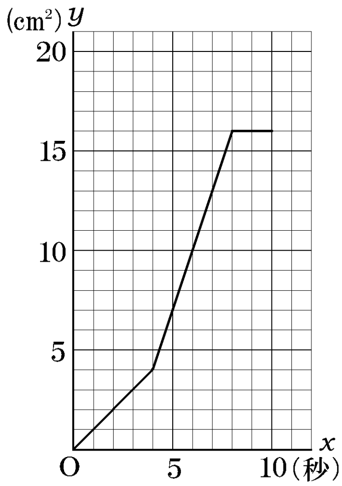
$= 3x - 8$　　……②

$8 \leqq x \leqq \boxed{}$ のとき，

Ｌ字型の図形は長方形PQRSの内部にあるから，

$y = \boxed{}$　　……③

①，②，③より，求めるグラフは右の図のようになる。



答え　(1)　16，８，４，$\frac{4}{3}$，$\frac{16}{3}$　　(2)　４，x，８，$x-4$，10，16

Check Point

x と y が何の値を示しているかを，きちんと理解する。

x と y の関係を，一次関数の式で表す。

⇒xの範囲で場合分けをする必要があるときは，xの変域に気をつける。

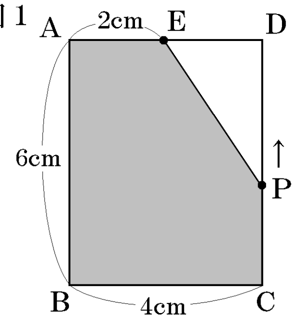
式で表した一次関数をグラフで表す。

⇒動点の問題では，グラフが折れ線になる場合が多い。

2

実戦問題　動点の問題

右の図１のように，AB＝６cm，BC＝４cmの長方形ABCDの辺AD上に点Ｅがあり，AE＝２cmとなっている。点ＰはＡを出発して，この長方形の辺上をＢ，Ｃを通ってＤまで動く。

図１


（灰色の長方形）は，点Ｐが辺上を動いたときの，線分EPが通った部分を表している。

点ＰがＡから $x$cm動いたときの，線分EPが通った部分の面積を y cm^{2}とする。

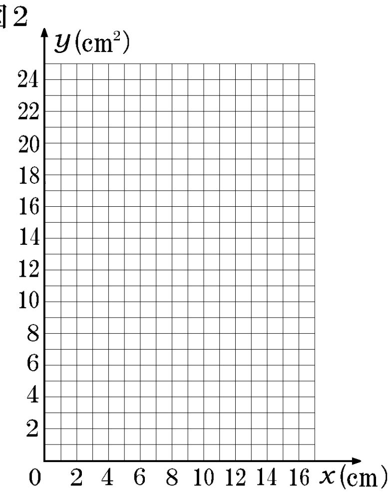
このとき，次の問いに答えなさい。（岩手）

(1)　点Ｐが辺AB上を動くとき，y を x の式で表しなさい。

(2)　点Ｐが辺BC上を動くとき，y を x の式で表しなさい。

(3)　線分EPが通った部分の面積の変化のようすを表すグラフを，図２にかき入れなさい。

⇒点ＰがCD上にあるときも考える。

図２


3

実戦問題　動点の問題

図１

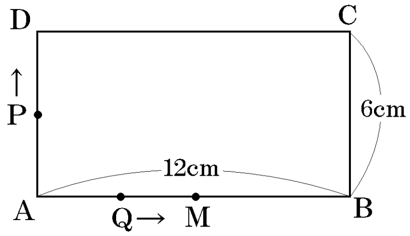


図１のように，AB＝12cm，BC＝６cmの長方形ABCDがあり，辺ABの中点をMとする。

点ＰはＡを出発し，長方形ABCDの辺上を毎秒２cmの速さでＡ→Ｄ→Ｃ→Ｂの順に進む。

点Ｑは点Ｐが出発すると同時にＡを出発し，辺AB上を毎秒２cmの速さでＡからMへ進み，Mに着いたら t 秒間停止する。その後，点Ｑは毎秒 $a$cmの速さでMからＢへ進む。

このとき，点ＰはＣに，点ＱはＢに同時に着く。点Ｑはそこで停止し，点Ｐはその後Ｂまで進んで停止する。

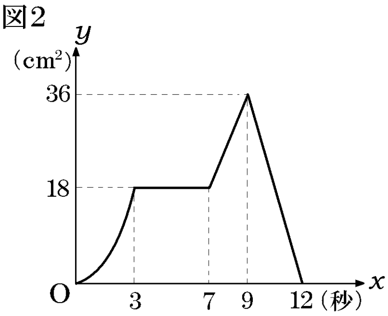
次の１～３の問いに答えなさい。（栃木）

１．点ＰがＡを出発してから１秒後の△APQの面積を求めなさい。

２．図２のグラフは，点ＱがMで４秒間停止したとき，２点Ｐ，ＱがＡを出発してから x 秒後の△APQの面積を y cm^{2}として，x と y の関係を表したものである。ただし，２点Ｐ，Ｑが一致するとき，y＝０とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図2



(1)　点ＱがMからＢへ進む速さは毎秒何cmか。

(2)　点Ｐが辺CB上にあるとき，△APQの面積が12cm^{2}になるのは，点ＰがＡを出発してから何秒後か。

３．点ＰがＡを出発してから７秒後に△APQの面積が28cm^{2}となるには，点ＱはMで何秒間停止すればよいか。

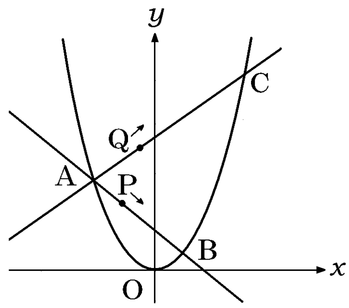
4

実戦問題　動点の問題

右の図で，曲線は関数 $y=x^2$ のグラフである。曲線上の点A(－２，４)を通り，傾きが－１，１の直線と曲線との交点をそれぞれB，Cとする。

点P, Qは点Aを同時に出発して, 点Pは線分AB上を, 点Qは線分AC上を，それぞれ一定の速さで進み，点Pは点Bに，点Qは点Cに同時に到着した。

このとき，次の各問いに答えなさい。(埼玉)

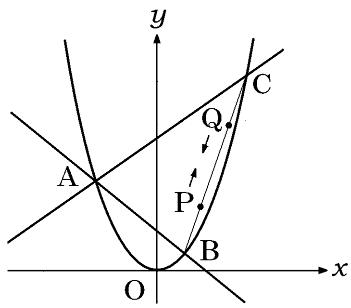


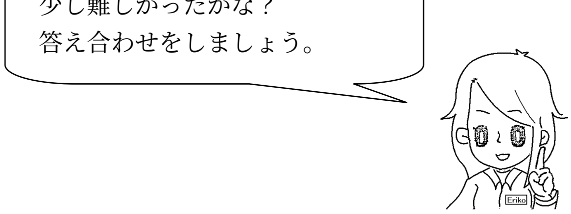
(1)　点Pが y 軸上にきたとき，点Qの座標を求めなさい。

(2)　点P，Qがそれぞれ点B，Cに同時に到着した後, 点P, Qは線分BC上をそれぞれの速さを変えずに進み, 線分BC上の点Rで出会った。

このとき，△ABRの面積を求めなさい。

ただし，座標軸の単位の長さを１cmとする。





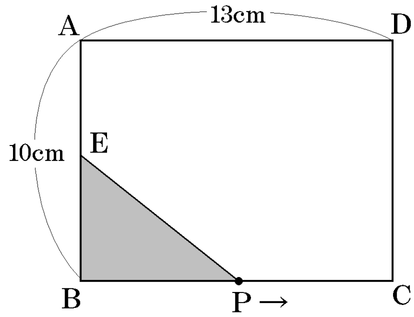
高校受験数学　実戦編　補充問題

17 動点の問題

学習日　6月 1日　　　　名　前

1

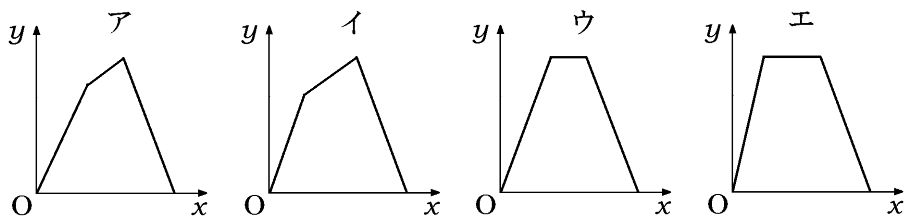
補充問題　動点の問題



　右の図のように，AB＝10cm，AD＝13cmの長方形ABCDがあり，点Eは辺ABの中点である。

　点Pは，Bを出発し，一定の速さで辺BC，CD，DA上をAまで動く。PがBを出発してから x 秒後の△BPEの面積を y cm^2 とする。（熊本）

(1)　PがBからAまで動いたときの x と y の関係を表したグラフが，次のア～エの中に1つある。そのグラフを選び，記号で答えなさい。



(2)　x＝８のとき y＝30であり，x＝９のとき y<30である。x＝９のときの y の値を求めなさい。

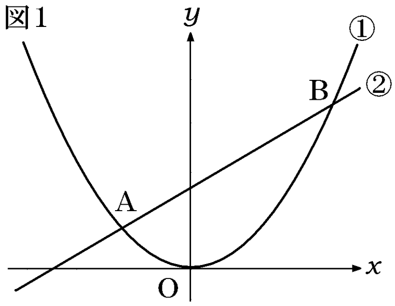
2

補充問題　動点の問題

図１において，放物線①は原点を頂点とし，点A（−２，１）を通るグラフである。また，点Bは放物線①上の，x座標が４となる点であり，直線②は２点A，Bを通るグラフである。

このとき，次の問いに答えなさい。（愛媛）

図1



(1)　放物線①，直線②の式を，それぞれ求めなさい。

(2)　放物線①，直線②で囲まれた図形の周上にあって，x座標，y座標がともに整数である点の個数を求めなさい。

(3)　図２のように x 軸上を動く点をPとし，その x座標を tとする。tの変域が$-2 \leqq t \leqq 4$のとき，△ABPの面積を Sとして，Sを tの式で表し，そのグラフを右図にかきなさい。

図2