定期試験予想問題
中３数学 標準2　解答

教科書ｐ．170-197

1　**(３点×２＝６点)**

⇒ＷＰＴ　３６０１　円周角と中心角，３６０７　円と相似①

(1)　△ＡＢＥと△ＢＤＥにおいて，

∠ＡＥＢ＝∠ＢＥＤ　……①

ＡＥは∠ＢＡＣの二等分線だから，∠ＢＡＥ＝∠ＣＡＥ

$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$に対する円周角より，∠ＤＢＥ＝∠ＣＡＥ

よって，∠ＢＡＥ＝∠ＤＢＥ　……②

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから，△ＡＢＥ∽△ＢＤＥ

(2)　６０°

∠ＢＡＥ＝$\frac{1}{2}$∠ＢＡＣ＝２０°，∠ＡＢＥ＝１００°より，

∠ＡＥＢ＝１８０°－２０°－１００°＝６０°

よって，∠ＡＣＢ＝∠ＡＥＢ＝６０°

2　**(４点)**

⇒ＷＰＴ　３６０８　円と相似②

△ＡＢＥと△ＤＣＥにおいて

対頂角は等しいから

∠ＡＥＢ＝∠ＤＥＣ　……①

同じ弧に対する円周角は等しいから

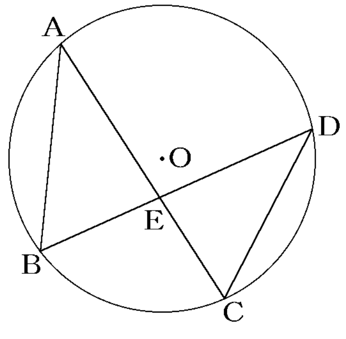
∠ＢＡＥ＝∠ＣＤＥ　……②

①，②より，２組の角がそれぞれ等しいから

△ＡＢＥ∽△ＤＣＥ

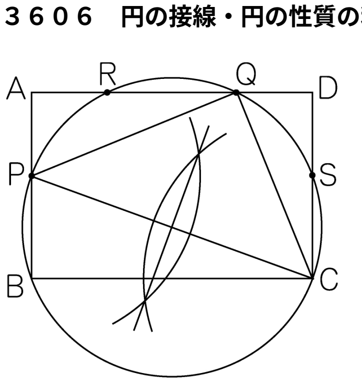
相似な三角形の対応する辺の比は等しいから

ＡＥ：ＤＥ＝ＢＥ：ＣＥ



3　**(４点)**

⇒ＷＰＴ　３６０６　円の接線・円の性質の利用



ＰＣの垂直二等分線をかき，ＰＣの中点を求めて，３点Ｐ，Ｑ，Ｃを通る円をかく。この円とＡＤ，ＤＣとの交点を，それぞれＲ，Ｓとする。（２点Ｒ，Ｓは，ＰＣを直径とする円周上の点だから，∠ＰＲＣ＝９０°，∠ＰＳＣ＝９０°となる。）

4　**(３点)**

⇒ＷＰＴ　３７０１　三平方の定理

x＝８，　y＝１５

△ＡＢＨはＡＢを斜辺とする直角三角形だから，三平方の定理より，

$x^2+6^2=10^2$　　　$x^2=100-36=64$

$x>0$より，$x=8$（ｃｍ）

△ＡＨＣはＡＣを斜辺とする直角三角形だから，三平方の定理より，

$x^2+y^2=17^2$　　　$y^2=17^2-8^2=289-64=225$

$y>0$より，$y=15$（ｃｍ）

5　**(２点×６＝12点)**

⇒ＷＰＴ　３７０２　三平方の定理の逆

(1)　ア　　$9^2+12^2=81+144=225$，$15^2=225$

$9^2+12^2=15^2$　だから，直角三角形

(2)　エ　　３辺の長さが等しいから，正三角形

(3)　ア　　$3^2+(3\sqrt{3})^2=9+27=36$，$6^2=36$

$3^2+(3\sqrt{3})^2=6^2$　だから，直角三角形

(4)　イ　　２辺の長さが等しいから，二等辺三角形

(5)　ウ　　$(3\sqrt{3})^2+(3\sqrt{3})^2=27+27=54$，$(3\sqrt{6})^2=54$

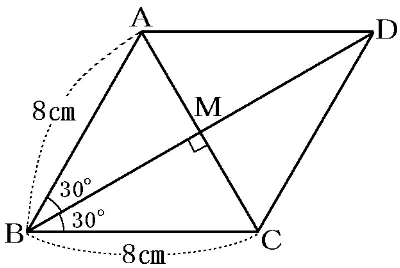
$(3\sqrt{3})^2+(3\sqrt{3})^2=(3\sqrt{6})^2$　で，２辺の長さが等しいから，

直角二等辺三角形

(6)　イ　　２辺の長さが等しいから，二等辺三角形

6　**(２点×３＝６点)**

⇒ＷＰＴ　３７０４　三平方の定理の計算



(1)　８ｃｍ　　ＡＢ＝ＢＣ，∠ＡＢＣ＝６０°より，

△ＡＢＣは正三角形だから，対角線

ＡＣの長さは８ｃｍ

(2)　$8\sqrt{3}$ ｃｍ　　対角線ＡＣとＢＤの交点をＭとすると，

ＡＭ＝ＣＭ，ＢＭ＝ＤＭ，ＡＣ⊥ＢＤ

となる。

これより，△ＡＢＭは３つの角が３０°，６０°，９０°の直角三角形

だから，$BM=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=4\sqrt{3}$（ｃｍ）

したがって，$BD=2BM=8\sqrt{3}$（ｃｍ）

(3)　$32\sqrt{3}$ cm^2　　$BM=4\sqrt{3}$ ｃｍ，$AM=\frac{1}{2}AC=4$（ｃｍ）だから，

$\triangle ABM=\frac{1}{2}\times BM\times AM=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}$（$cm^2$）

△ＡＢＭ≡△ＡＤＭ≡△ＣＢＭ≡△ＣＤＭより，ひし形ＡＢＣＤの面積は，

$8\sqrt{3}\times 4=32\sqrt{3}$（$cm^2$）

7 (２点×２＝４点)

⇒ＷＰＴ ３７０３ 長方形の対角線の長さ，３７０６ 特殊な三角形の辺の比

x＝１０　　おのおのの直角三角形に三平方の定理をあてはめていくと，ＯＢ＝$5\sqrt{2}$

$OC^2=CB^2+OB^2=5^2+(5\sqrt{2})^2=75$　　$OC=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

$x^2=OD^2=DC^2+OC^2=5^2+75=100$　　$x>0$より，$x=10$

$y=6\sqrt{3}$　　おのおのの直角三角形に三平方の定理をあてはめていくと，

$AC=AB'=6\sqrt{2}$　　$AC'^2=C'C^2+AC^2=6^2+(6\sqrt{2})^2=108$

$AC'>0$より，$y=AD=AC'=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$

8 (３点)

⇒ＷＰＴ ３７０８ 円の弦，接線の長さ

$8\sqrt{3}$ ｃｍ　　右の図のように，半径ＯＡ，ＯＢをひき，

円Ｏの中心から弦ＡＢに垂線ＯＨをひくと，

$OA=OB=8\sqrt{3}$ ｃｍ，ＯＨ＝１２ｃｍ

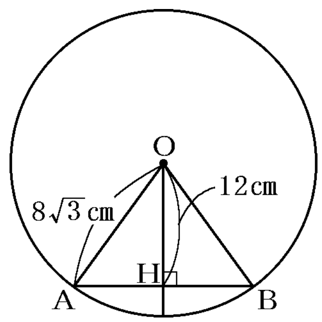
△ＯＡＨは直角三角形だから，

$OH^2+AH^2=OA^2$

$AH^2=(8\sqrt{3})^2-12^2=48$

$AH>0$より，$AH=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$（ｃｍ）

したがって，$AB=2AH=8\sqrt{3}$（ｃｍ）



9 (３点)

⇒ＷＰＴ ３７０９ 円の共通接線の長さ

$3\sqrt{35}$ ｃｍ　　円Ｏ′の中心からＯＰに垂線Ｏ′Ｍ

をひくと，ＰＭ＝Ｐ′Ｏ′より，

ＯＭ＝９－６＝３（ｃｍ）

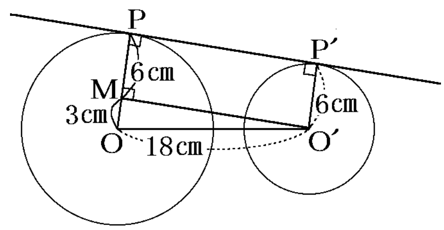
△ＯＯ′Ｍは直角三角形だから，

$O'M^2+OM^2=OO'^2$

$O'M^2=18^2-3^2=324-9=315$

$O'M>0$より，$O'M=\sqrt{315}=3\sqrt{35}$（ｃｍ）

したがって，$PP'=O'M=3\sqrt{35}$（ｃｍ）



10 (２点×２＝４点)

⇒ＷＰＴ ３７１０ 直方体の対角線の長さ

(1)　$4\sqrt{13}$　　$x^2=8^2+12^2=64+144=208$

$x>0$より，$x=\sqrt{208}=4\sqrt{13}$（ｃｍ）

(2)　$2\sqrt{77}$　　$y^2=10^2+x^2=100+208=308$

$y>0$より，$y=\sqrt{308}=2\sqrt{77}$（ｃｍ）

11　**(２点×３＝６点)**

⇒ＷＰＴ　３７１１　角錐の高さと体積

(1)　$4\sqrt{3}$ ｃｍ

ＯＡ＝ＯＢより，$\mathrm{AM}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}=4$ (ｃｍ)

△ＯＡＭは直角三角形だから，$\mathrm{OM}^2+\mathrm{AM}^2=\mathrm{OA}^2$

$\mathrm{OM}^2=8^2-4^2=48$

ＯＭ＞０より，$\mathrm{OM}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ (ｃｍ)

(2)　$64\sqrt{3}+64$ (cm^2)

「底面積」＝$8\times8=64$ (cm^2)　　４つの側面は合同な三角形だから，

「側面積」＝$4\times$△ＯＡＢ$=4\times\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}=64\sqrt{3}$ (cm^2)

したがって，「表面積」＝$64\sqrt{3}+64$ (cm^2)

(3)　$\dfrac{256\sqrt{2}}{3}$ cm^3

$\mathrm{AC}=\sqrt{2}\,\mathrm{AB}=8\sqrt{2}$ (ｃｍ)　　$\mathrm{AH}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC}=4\sqrt{2}$ (ｃｍ)

△ＯＡＨは直角三角形だから，$\mathrm{OH}^2+\mathrm{AH}^2=\mathrm{OA}^2$

$\mathrm{OH}^2=8^2-(4\sqrt{2})^2=64-32=32$

ＯＨ＞０より，$\mathrm{OH}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (ｃｍ)

したがって，「体積」＝$\dfrac{1}{3}\times$「底面積」×「高さ」＝$\dfrac{1}{3}\times64\times4\sqrt{2}$

$=\dfrac{256\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)

12　(２点×３＝６点)

⇒ＷＰＴ ３７１０　直方体の対角線の長さ，３７１１　角錐の高さと体積

(1)　２４ｃｍ^3

$\frac{1}{3}$×「底面積」×「高さ」＝$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$×ＡＢ×ＢＦ×ＢＣ

＝$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 6\times 4 = 24$（ｃｍ^3）

(2)　$6\sqrt{17}$ ｃｍ^2

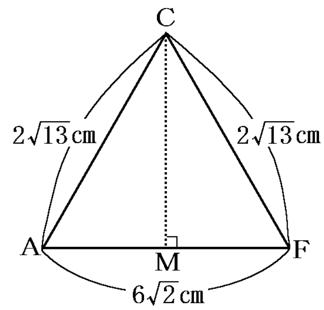
$CA^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 4^2 = 52$

$AC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$（ｃｍ）

同様にして，$CF = 2\sqrt{13}$ ｃｍ

また，$AF = \sqrt{2}\,AB = 6\sqrt{2}$（ｃｍ）

右の図のように，ＣからＡＦにひいた垂線をＣＭとすると，ＣＡ＝ＣＦより，



$AM = \frac{1}{2}AF = 3\sqrt{2}$（ｃｍ）

△ＡＣＭは直角三角形だから，$CM^2 = CA^2 - AM^2$

$= (2\sqrt{13})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 52 - 18 = 34$

$CM = \sqrt{34}$ ｃｍ

△ＡＣＦの面積は，$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times\sqrt{34} = 6\sqrt{17}$（ｃｍ^2）

(3)　$\frac{12\sqrt{17}}{17}$ ｃｍ

三角錐Ｂ－ＡＣＦの高さを h ｃｍとすると，体積が２４ｃｍ^{3}で，

底面積が$6\sqrt{17}$ ｃｍ^{2}だから，$\frac{1}{3}\times 6\sqrt{17}\times h = 24$

$\sqrt{17}\,h = 12$　　$h = \frac{12}{\sqrt{17}} = \frac{12\sqrt{17}}{17}$（ｃｍ）

13　(２点×２＝４点)

⇒ＷＰＴ　３７１４　折り返しの問題

(1)　$\frac{26}{3}$ cm

ＥＭ＝x cmとすると，ＢＥ＝x cm,

$AE=AB-BE=12-x$ (cm)

また，$AM=\frac{1}{2}AD=8$ (cm)

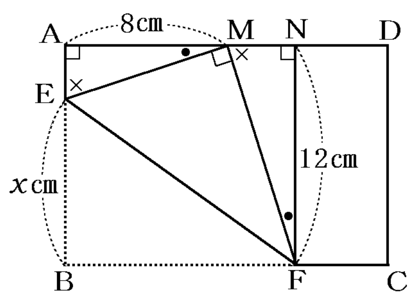
△ＡＥＭは直角三角形だから，

$AE^2+AM^2=EM^2$

$(12-x)^2+8^2=x^2$

$144-24x+x^2+64=x^2$

$-24x=-208$　　$x=\frac{26}{3}$ (cm)



(2)　$\frac{13\sqrt{13}}{3}$ cm

(1)より，$AE=12-\frac{26}{3}=\frac{10}{3}$ (cm)

ＦからＡＤに垂線ＦＮをひくと，△ＡＥＭ∽△ＮＭＦだから，

ＡＥ：ＮＭ＝ＡＭ：ＮＦ　　$\frac{10}{3}$：ＮＭ＝８：１２

$8NM=40$　　$NM=5$ (cm)

これより，ＢＦ＝ＡＮ＝ＡＭ＋ＮＭ＝１３(cm)だから

$EF^2=EB^2+BF^2=\left(\frac{26}{3}\right)^2+13^2=\frac{2197}{9}$

ＥＦ＞０より，$EF=\sqrt{\frac{2197}{9}}=\frac{13\sqrt{13}}{3}$ (cm)